

Rezolvarea unor inecuatii în \mathbb{Z}

Inegalitățile de forma: $a \cdot x + b < 0$ ($>$, \leq , \geq),
cu $a, b \in \mathbb{Z}$, $a \neq 0$,

se numesc inecuatie.

Un număr întreg x_0 , pentru care $a \cdot x_0 + b < 0$,
se numește soluție a inecuației.

A rezolva inecuația înseamnă a găsi mulțimea
soluțiilor ei care se notează cu S .

Două inecuații care au aceeași mulțime de
soluții se numesc inecuatii echivalente.

Rezolvarea unei inecuații se face la fel ca la
ecuații, cu următoarele excepții:

- 1) o inecuație poate avea mai multe soluții
- 2) la înmulțirea cu (-1) a unei inecuații
se schimbă toate semnele și sensul inecuației
(din $<$ devine $>$ și invers).

Ex: 1) Rezolvati în \mathbb{Z} inecuatile:

a) $x - 1 \leq 0$

$x \leq 1 \Rightarrow x \in \{1, 0, -1, -2, \dots\}$

b) $-x + 2 < 0$

$-x < -2 \quad | \cdot (-1)$

$x > 2 \Rightarrow x \in \{3, 4, 5, 6, \dots\}$

c) $4x - 20 \leq 0$

$4x \leq 20 \quad | :4$

$x \leq 5 \Rightarrow x \in \{5, 4, 3, 2, \dots\}$

d) $-5x + 1 > -4x$

$-5x + 4x > -1$

$-x > -1 \quad | \cdot (-1)$

$x < 1 \Rightarrow x \in \{0, -1, -2, \dots\}$

e) $3x - 4 \geq 4x + 5$

$3x - 4x \geq 5 + 4$

$-x \geq 9 \quad | \cdot (-1)$

$x \leq -9 \Rightarrow x \in \{\dots, -10, -11, \dots\}$

f) $|x - 3| < 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -1 < x - 3 < 1 \quad | +3$

$2 < x < 4 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{3\}$

$|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$

g) $|2x + 2| < 0$

$|x| \geq 0, (\forall) x \in \mathbb{Z} \Rightarrow S = \emptyset$

$$h) |2x-1| \leq 7 \Rightarrow -7 \leq 2x-1 \leq 7 \quad | +1$$

$$-6 \leq 2x \leq 8 \quad | :2$$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$$S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$i) |-2x+3| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq -2x+3 \leq 5 \quad | -3$$

$$-8 \leq -2x \leq 2 \quad | \cdot (-1)$$

$$8 \geq 2x \geq -2 \quad | :2$$

$$4 \geq x \geq -1$$

$$S = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$j) |3x-1| + |-15x+5| \leq 0$$

$$|3x-1| + |-5 \cdot (3x-1)| \leq 0$$

$$|3x-1| + |-5| \cdot |3x-1| \leq 0$$

$$|3x-1| + 5 \cdot |3x-1| \leq 0$$

$$6 \cdot |3x-1| \leq 0 \Rightarrow |3x-1| \leq 0 \Rightarrow$$

$$3x-1=0$$

$$3x=1$$

$$x = \frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$S = \emptyset$$

$$2) x, y \in \mathbb{Z} = ?$$

$$\begin{matrix} |x+5| & + & |y^2-y| & \leq & 0 \\ \geq 0 & & \geq 0 & & \end{matrix} \Rightarrow |x+5|=0 \Rightarrow x+5=0 \Rightarrow \boxed{x=-5}$$

$$|y^2-y|=0 \Rightarrow y^2-y=0$$

$$y \cdot (y-1)=0 \Rightarrow \boxed{y=0}$$

$$y-1=0 \Rightarrow \boxed{y=1}$$

$$x, y \in \{(-5; 0), (-5; 1)\}$$

3. $x \in \mathbb{Z} = ?$

a) $\frac{x-3}{|x-1|} < 0$

$|x-1| > 0, (\forall) x \in \mathbb{Z} - \{1\}$

$\frac{-}{+} = -$

$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow x-3 < 0 \\ x < 3 \\ x \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow S = \{2, 1, -1, \dots\}$

b) $\frac{x}{|2x-1|} > 0$

$|2x-1| > 0, (\forall) x \in \mathbb{Z}$

$\frac{+}{+} = +$

$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow x > 0 \\ x \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow S = \{1, 2, 3, \dots\}$

c) $x \geq -3$ și $x < 2 \Rightarrow S = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$.

TEMA

cul: pag 56 / ex: 1, 11 (primele două cobane)

ex 3, 4 - tot

17 a, b