

①

CLASA a VII-a A

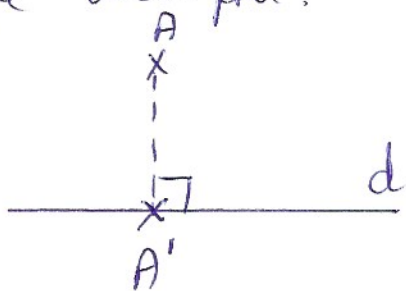
24.03.2020

GEOMETRIE

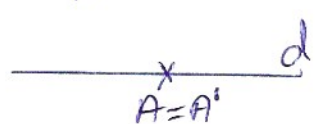
PROF. SCHNAKOVSKI C.

IorăCAP. RELATII METRICE IN
TRIUNGHUL DREPTUNGHIC1. Proiecția ortogonală pe o dreaptă

Def: Proiecția ortogonală a unui punct pe o dreaptă este piciorul perpendicularei duse din acel punct pe dreaptă.


 $A \notin d \Rightarrow A' = pr_d^A$, unde $AA' \perp d$

Obs: dacă $A \in d \Rightarrow pr_d^A = A' = A$.



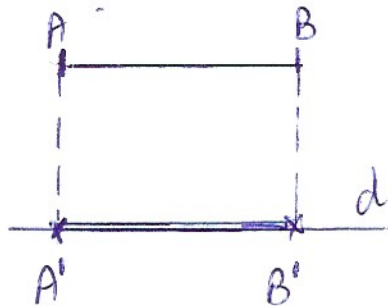
pr_d^A - se citește „proiecția punctului A pe dreapta d”.

Teoremă: Proiecția ortogonală a unui segment $[AB]$ pe o dreaptă d este segmentul $[A'B']$, unde $A' = pr_d^A$ și $B' = pr_d^B$.

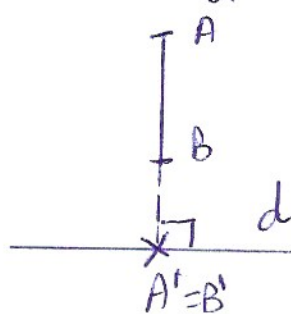
Putem întâlni următoarele cazuri:

a) $[AB] \parallel d \Rightarrow [A'B'] = pr_d[AB]$

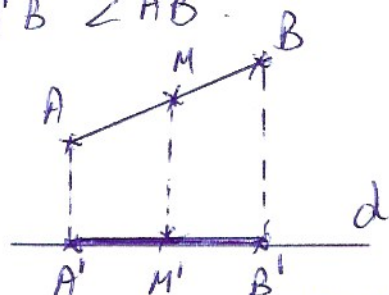
și $A'B' = AB$.



b) $AB \perp d \Rightarrow$
 $\Rightarrow A' = B' = pr_d[AB]$



c) $AB \nparallel d$ și $AB \nperp d$
 $\Rightarrow [A'B'] = pr_d[AB]$ și
 $A'B' < AB$.



Obs: Dacă $M = mijl[AB]$

(2)

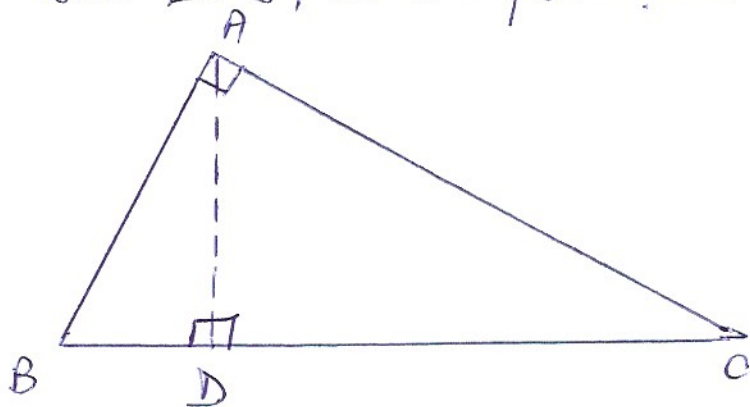
2. Pentru $\triangle ABC$ dreptunghic, cu $m(\hat{A}) = 90^\circ$:

- latura opusă unghiului drept se numește ipotenuză (BC)
- laturile unghiului drept se numesc catete (AB și AC)
- dacă $AD \perp BC \Rightarrow BD = pr_{[BC]} [AB] =$ proiecția catetei AB pe

ipotenuza BC .

$\Rightarrow DC = pr_{[BC]} [AC] =$ proiecția catetei AC pe ipotenuza BC .

sau $[BD], [DC] =$ proiecțiile catetelor pe ipotenuză.



$AD =$ înălțime
 $DE(BC)$

3. TEOREMA ÎNĂLȚIMII (T.Î.): Într-un triunghi dreptunghic, lungimea înălțimii dusă din vârful unghiului drept este ~~este~~ media geometrică a lungimilor proiecțiilor ortogonale ale catetelor pe ipotenuză.

Sau: pătratul lungimii înălțimii dusă din vârful unghiului drept este egal cu produsul proiecțiilor catetelor pe ipotenuză.

Dacă în $\triangle ABC$, $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $DE(BC)$

$$\begin{aligned} T.Î. \Rightarrow & \boxed{AD^2 = BD \cdot DC} \\ \text{sau} & \boxed{AD = \sqrt{BD \cdot DC}} \end{aligned}$$

-③-

Reciproca TEOREMEI ÎNĂLȚĂȚII:

Dacă în $\triangle ABC$ avem $AD \perp BC$, $D \in (BC)$ și $AD^2 = BD \cdot DC$,
atunci $\triangle ABC$ este dreptunghic, cu $m(\hat{A}) = 90^\circ$.

FORMULA ÎNĂLȚĂȚII TRIUNGHILULUI DREPTUNGHIC
(sau a doua teoremă a înălțimii).

$$h_{\triangle \text{ dreptunghic}} = \frac{\text{catetă}_1 \cdot \text{catetă}_2}{\text{ipotenuză}}$$

În $\triangle ABC$, cu $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in (BC) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{AD = \frac{AB \cdot AC}{BC}}.$$

Example: 1. $\text{Ip}: \triangle ABC$, $m(\hat{A}) = 90^\circ$
 $AD \perp BC$, $D \in (BC)$

a) $BD = 4 \text{ cm}$

$DC = 9 \text{ cm}$

Cl: AD , $BC = ?$

Dem:

$$BC = BD + DC = 4 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

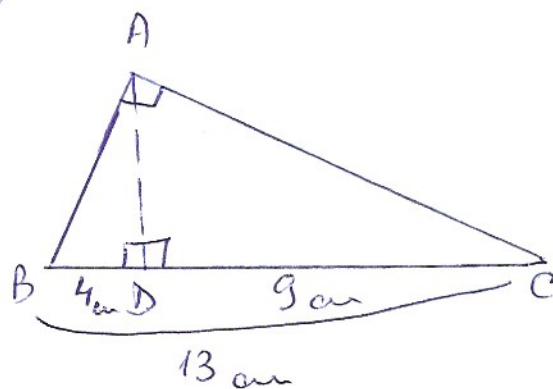
$$\text{În } \triangle ABC, m(\hat{A}) = 90^\circ \xrightarrow{\text{T.Î.}} AD^2 = BD \cdot DC$$

$$AD^2 = 4 \cdot 9$$

$$AD = \sqrt{4 \cdot 9}$$

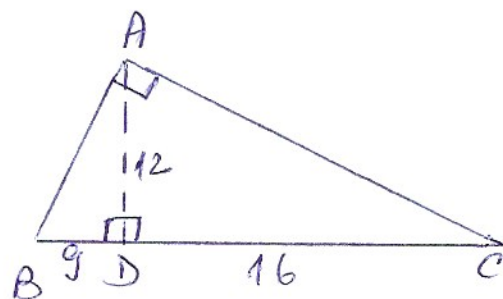
$$AD = 2 \cdot 3$$

$$AD = 6 \text{ cm}$$



④

- b) $AD = 12 \text{ cm}$,
 $BD = 9 \text{ cm}$
 $DC, BC = ?$

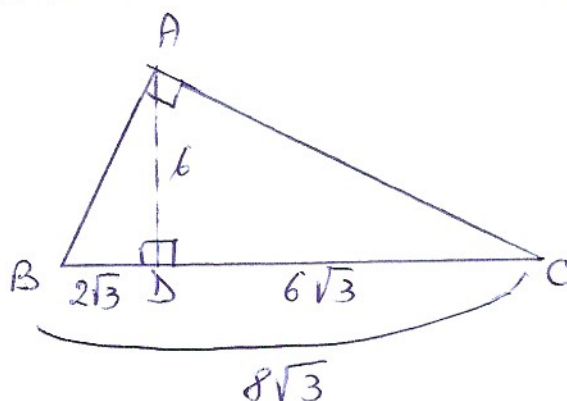


Dem:

In $\triangle ABC$, $m(\hat{A}) = 90^\circ \xrightarrow{T.I.} AD^2 = BD \cdot DC$
 $12^2 = 9 \cdot DC \Rightarrow DC = \frac{12^2}{9} = \frac{12 \cdot 12}{9} = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3}$

$BC = BD + DC = 9 + 16 = 25 \text{ cm}$ $= 16 \text{ cm}$

- c) $BD = 2\sqrt{3} \text{ cm}$
 $BC = 8\sqrt{3} \text{ cm}$
 $AD = ?$



Dem:

$DC = BC - BD = 8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$

In $\triangle ABC$, $m(\hat{A}) = 90^\circ \xrightarrow{T.I.} AD^2 = BD \cdot DC$
 $AD^2 = 2\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}$

$AD^2 = 12 \cdot 3$
 $AD^2 = 36 \Rightarrow AD = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$

d) $\frac{BD}{DC} = \frac{3}{4}$

$BC = 28 \text{ cm}$, $AD = ?$

Dem: Din $\frac{BD}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow BD = 3 \cdot K$, $K \in \mathbb{N}^*$
 $DC = 4 \cdot K$

$BC = BD + DC \Rightarrow 3K + 4K = 28 \Rightarrow 7K = 28 \Rightarrow K = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow BD = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}$

$DC = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$

In $\triangle ABC$, din $AD \perp BC \xrightarrow{T.I.} AD^2 = BD \cdot DC$
 $AD^2 = 12 \cdot 16$

$AD = \sqrt{12 \cdot 16} = \sqrt{3 \cdot 4 \cdot 16} = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \text{ cm}$

TEMA: până jo:

culegere pag 59-60/en: 1, 5, 6,

12.